

# DISTRIBUCIJA VJEROJATNOSTI I NEKE VAŽNIJE TEORETSKE DISTRIBUCIJE

*"Istina postoji.  
Izmišljati se može samo laž."*

**Georges Braque**



# VARIJABLE – ZAKONITOST U VARIRANJU

- ◆ broj zrna za 500 mahuna soje
- ◆ težina 300 plodova jabuke
- ◆ prinos zrna 100 klipova kukuruza
- ◆ broj cvjetova na biljci

NAJVIŠE TOČKE POLIGONA SU OKO  
...SREDINE



# Binominalna distribucija

Bi (lat.) - dvo

Nomes (lat.) - ime

Distribucija (lat.) – podjela, raspoređenost

NOMEN EST OMEN. LAT. IME JE ZNAK

- Treba se prisjetiti osnovnih pojmova vjerojatnosti

Sastav studenata Zagrebačkog sveučilišta

od 100% : 98% domaćih : 2% stranaca

$$\frac{0,98}{0,02} = 1,0$$



- ◆ Za uzorak od sto studenata ovaj omjer će manje ili više varirati, ali kako  $n$  broj individua u uzorku raste, omjer se sasvim približava ovom 0,98:0,02.
- **Vjerojatnost pojavljivanja domaćih studenata u uzorku 0,98, a stranih 0,02.**
- Vjerojatnost domaćih studenata možemo označiti sa  $p$ , a stranih sa  $q$
- $p + q = 0,98 + 0,02 = 1.0$



- ◆ Što možemo očekivati ako iz populacije potpuno slučajno izdvojimo uzorak koji se sastoji od samo dva studenta:

$$n=2$$

- a) 2 domaća- p
- b) 2 stranca - q
- c) 1 domaći i 1 stranac ili 1 stranac i 1 domaći

$$p^2 + 2pq + q^2$$

Ovo se može izraziti i u vidu vjerojatnosti svake od ovih mogućnosti :

- a)  $p^2 = 0,98^2 = 0,9604$
- b)  $2pq = 2 * 0,98 * 0,02 = 0,0392$
- c)  $q^2 = 0,02^2 = 0,0004$



# Ako se uzorak sastoji od 3 studenta

( $n=3$ ) tada su mogućnosti ove:

a) 3 domaća

b) 2 domaća, 1 strani ( $d,d,s$ -- $d,s,d$ -- $s,d,d$ -)

c) 2 strana, 1 domaći ( $s,s,d$ -- $s,d,s$ -- $d,s,s$ -)

d) 3 strana

$$(p+q)^3 = p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3$$



Vjerojatnost svake kombinacije je:

$$\text{a) } p^3 = 0,98^3 = 0,9412$$

$$\text{b) } 3p^2q = 3 * 0,98^2 * 0,02 = 0,0576$$

$$\text{c) } 3pq^2 = 3 * 0,98 * 0,02^2 = 0,0012$$

$$\text{d) } q^3 = 0,02^3 = 0,000008$$

Povećamo li uzorak, tada za  $n = 4$  imamo:

4 domaća,

4 puta kombinaciju 3 domaća 1 strani,

6 puta kombinaciju 2 domaća i 2 strana,

4 puta kombinaciju 1 domaći i 3 strana,

te konačno sva 4 strana.

To ćemo napisati kao:  $p^4 + 4p^3q + 6p^2q^2 + 4pq^3 + q^4$



Ovaj nas primjer podsjeća na dobro znani binom  $(p + q)^n$

$$n=1 \quad (p + q)^1 = p + q$$

$$n=2 \quad (p + q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$$

$$n=3 \quad (p + q)^3 = p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3$$

$$n=4 \quad (p + q)^4 = p^4 + 4p^3q + 6p^2q^2 + 4pq^3 + q^4$$

do konačnog oblika:

$$(p + q)^n = p^n + np^{(n-1)}q + \dots + npq^{(n-1)} + q^n$$

# Pascal-ov trokut

$n$							
1			1	1			
2			1	2	1		
3		1	3	3	1		
4		1	4	6	4	1	
5	1	5	10	10	5	1	

# Vjerojatnost svake kombinacije

Npr. u jednoj populaciji insekata inficirano je recimo nekim virusom A-40 % insekata

Dakle : inficirani insekti	$p = 0,40$ (40 %)
neinficirani	$q = 0,60$ (60%)
	$p + q = 1$ (100%)

# Vjerojatnost svake kombinacije

Ako iz populacije uzmemo **5 insekata**, koje su vjerojatnosti svake od mogućih kombinacija?

$$(p + q)^5 = (0,4 + 0,6)^5 = p^5 + 5p^4q + 10p^3q^2 + 10p^2q^3 + 5pq^4 + q^5 =$$

$$0,4^5 + 5 * 0,4^4 * 0,6 + 10 * 0,4^3 * 0,6^2 + 10 * 0,4^2 * 0,6^3 + 5 * 0,4 * 0,6^4 + 0,6^5$$

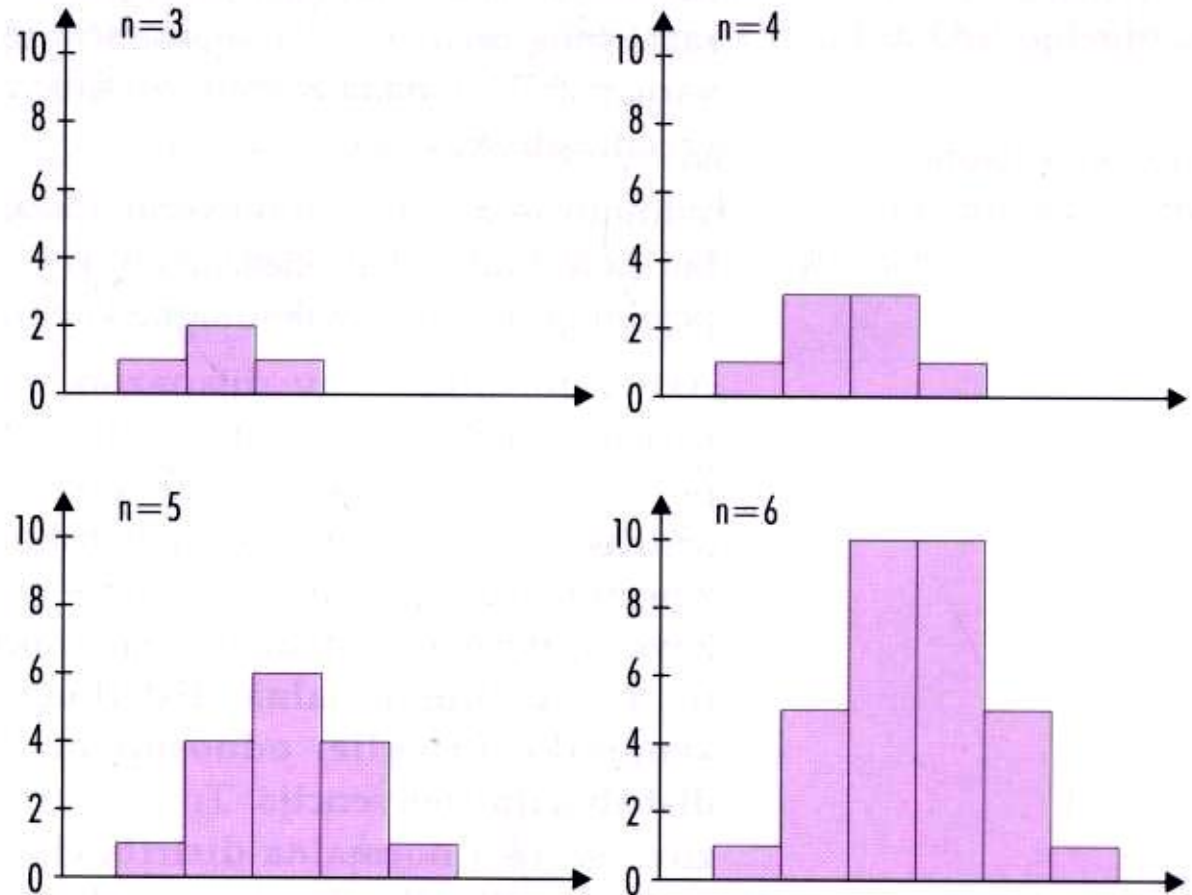
•Vjerojatnosti pojedinih kombinacija su npr.

$0,4^5 = 0,01024 = 1\%$  vjerojatnost dobivanja svih 5 inficiranih .

• Tako se dobiva tzv. teoretska distribucija frekvencija ili distribucija vjerojatnosti slučajeva koji se pojavljuju alternativno :  
crno-bijelo,  
živo-mrtvo,  
bolesno-zdravo,  
hladno-toplo,  
stranac-domaći itd. Ili:  
**BINOMINALNA DISTRIBUCIJA**



# Nastanak binominalne distribucije



SLIKA 6. Nastanak binominalne distribucije